

总谐波失真：理论和应用

*请注意，总谐波失真只有在版本 7 或更高版本中可用

本篇应用报告讨论总谐波失真（THD）以及其与电化学阻抗谱（EIS）共同的特性。两者实验基础相同，但是数据分析方面不同。

另外，我们回顾了线性和非线性信号响应的差异。与 EIS 相比，THD 通过快速傅里叶变化（FFT），也能够分析非线性信号。我们将介绍非线性如何影响测试以及 THD 如何被应用于检查非线性行为。

事实上，大多数测试体系如燃料电池等都是非线性体系，使得 THD 成为一种非常有用的工具。THD 有助于暴露对系统和测试数据不利的副反应产生的非线性行为。

原理

EIS 和 THD 的相似之处

总谐波失真是电化学阻抗的扩展版本。这两种方法都是向测试体系施加正弦交流信号（控制电位或电流）。激发信号 E_t 可以频率或时间 t 表示：

$$E_t = E_0 \sin(\omega t) \quad \text{Eq. 1}$$

E_0 是正弦信号的幅值， ω 是角频率，也可用频率 f 来表达，如式 2：

$$\omega = 2\pi f \quad \text{Eq. 2}$$

测得的信号 I_t 也是同频率的正弦信号，但是幅值 I_0 可能不同，相角也有可能位移（见图 1）。

$$I_t = I_0 \sin(\omega t + \phi) \quad \text{Eq. 3}$$

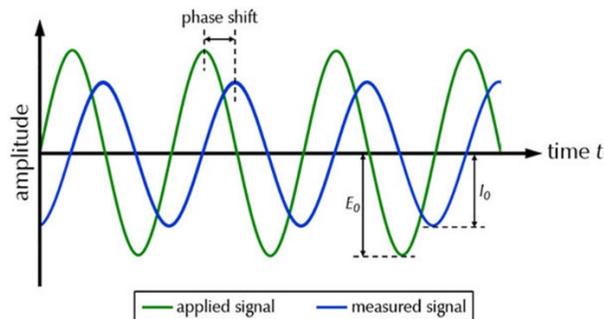


图 1 正弦激发信号（绿）和相应的响应信号（蓝）

然而，注意式 3 只有在响应信号是线性的才有效。更多有关电化学阻抗理论的详细信息，请参考 Gamry 应用报告“电化学阻抗原理”。

后，可使用类似欧姆定律的方法，针对每一个频率计算电化学测试系统的阻抗 Z ：

$$Z = \frac{E_t}{I_t} = \frac{E_0 \sin(\omega t)}{I_0 \sin(\omega t + \phi)} = Z_0 \frac{\sin(\omega t)}{\sin(\omega t + \phi)} \quad \text{Eq. 4}$$

线性 VS 非线性

如上文所提到的，式 3 和式 4 只有在响应信号是线性时才正确。任何由线性性的偏差都容易导致误差甚至错误的测试结果。

在实际应用中，电化学系统的行为都是非线性的。然而，如果施加振幅足够小的 AC 信号，系统可近似看作是线性的。这种叫做近似线性系统。即使整个体系是非线性的，也可以使用此方法来计算阻抗（如图 2 所示）。

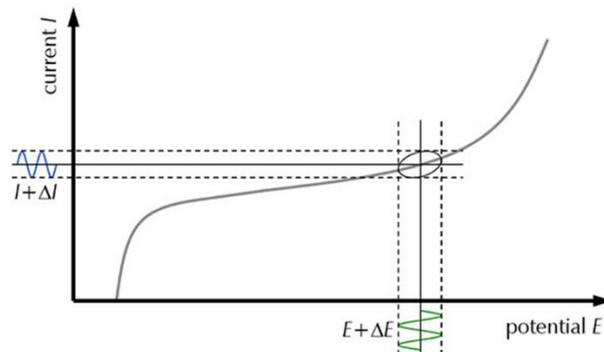


图 2 在极化曲线图中 EIS 和 THD 测试中观察的近似线性区，同时还显示李沙育图的来源

如果交流振幅设置不正确，则无法确保线性性。多数人都知道在进行 EIS 测试时使用 5-10mV 的 AC 振幅。但是，不能因软件默认设置而在任何测试体系都使用这些参数。

例如，在高功率能源体系中好几百 A 的控制电流模式的 AC 扰动，而使用 10mV 或更小的控制电位模式来研究腐蚀体系。如果设置不正确，则测试会引入噪声（AC 扰动太小）或非线性结果（振幅太大）。因此，当式 3 和式 4 无效时，阻抗计算结果不准确不正确甚至无效。

然而，EIS 没有定量的方法来检查测得的信号是否线性。对李沙育图（图 2）定性检测-显示测量信号和施加

信号—通常是评估系统状态的方法。Gamry 软件会在 EIS 和 THD 测试期间针对每个频率显示李沙育图，但是不提供具体参数供以后使用。

相反，THD 可以分析非线性测试体系，并且提供后续评估的参数。

THD 提供有关非线性的信息

正如上文所述，THD 是可用于分析非线性系统的有用技术。

可使用快速傅里叶变换 (FFT) 进行此操作。被测信号从时域转换成频域 (见图 1)。转换后的数据叫做 FFT 频谱，其中绘制了响应信号的幅度与频率关系。

图 3 展示了理想正弦波信号的 FFT 频谱。如图所示，仅出现在施加信号的基本频率 f 处的一个峰。

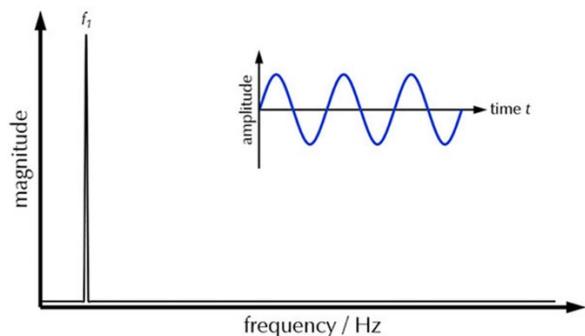


图 3 理想正弦波信号的 FFT 频谱。右上显示的是时域图

图 4 展示了失真的非线性的正弦信号的 FFT 频谱。可以在信号的基频 f_1 处观察到大的一个峰。此外，在基频的整数倍处 ($f_2=2*f_1$, $f_3=3*f_1$, $f_4=4*f_1$ 等) 出现其他峰。这些峰称为谐波，代表信号的非线性。谐波幅度越大，信号非线性越强。

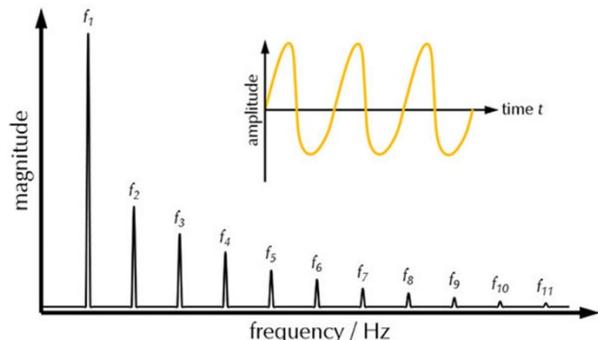


图 4 非理想失真正弦信号的 FFT 频谱。右上是原始的时域图

获得的 FFT 数据可被用于计算所谓的 THD 因子。如果测得的信号是电位，我们将其称为 THDE，或将其称为电流响应的 THDI。THD 因子描述了谐波 (Y_n) 振幅的均方根 (RMS) 与基频 (Y_1) 振幅的均方根之间的比率。THD 因子的一般公式如下：

$$THD(\omega) = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{10} Y_n^2(\omega)}}{Y_1} \cdot 100\% \quad \text{Eq. 5}$$

通常，计算多执行 10 次 ($n=10$)。如方程式所示，相对于基频振幅，谐波越大，THD 因子越大即响应频率的非线性越强。例如，THD 因子为 40%，意味着谐波振幅的均方根是基频振幅均方根的 40%。如图 3 所示，一个完美的线性信号，THD 因子为 0。

类似于阻抗 Z ，每一个频率下计算 THD 因子。将其绘制成图 7 所示的相对于施加信号频率的图谱。

注意，THD 计算不仅限于正弦信号，也可应用于如方波或三角波的连续信号。请记住，对于 THD 因子及其计算方法有不同定义。有些用基频和谐波来描述式 5 的解调器。其他定义也在计算中添加了噪声。

实验

本章展示了对测试体系施加不同 AC 振幅的线性和非线性结果。为此，使用额定容量 40mAh 的 CR2032 锂离子电池。在每次测试之前，电池充电至 3.6V 并将其恒定在此电位下 4h。之后，在频率 10kHz 至 1mHz 范围内，进行控制电流模式的 THD 测试。AC 振幅变化时，DC 电流都设置成 0A。施加的交流电流信号幅值为 4mA (0.1C) 和 10mA (0.25C)，已获得线性响应。使用 20mA (0.5C) 和 40mA (1C) 的较大振幅来产生非线性响应。

Gamry THD脚本在Framework-Experiment/Named Scripts都可以找到。脚本文件名Galvanostatic EIS THD.exp和Potentiostatic EIS THD.exp。

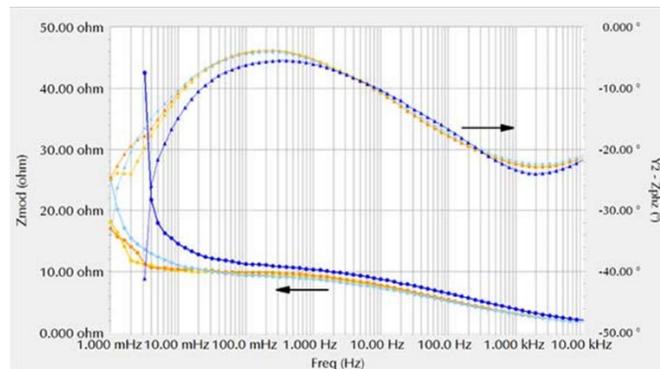


图 5 纽扣电池在不同 AC 幅值时的 Bode 图。(●) 4 mA, (●) 10 mA, (●) 20 mA, (●) 40 mA。橙色表示线性，蓝色表示非线性

整个频率范围内，低扰动幅值数据重叠的很好。即使加上振幅为 20mA，在低频至 40mHz 时也重叠的不错。然而，在更低频率上，施加 AC 扰动幅值越大，阻抗增加的程度越大，差异会越来越明显。在非常大的振幅

下，甚至高频区域也收到影响，测得的阻抗始终比较大。

同时也注意，必须提前终止振幅为 40mA (1C) 的实验。原因是大电流在低频下会使电池放电，以至于达到临界值。继续进行实验可能会不可逆的损坏电池。

图 6 显示了相应的 Nyquist 图。为简单起见，仅展示了 4mA (橙色) 和 40mA (蓝色) AC 振幅的曲线。

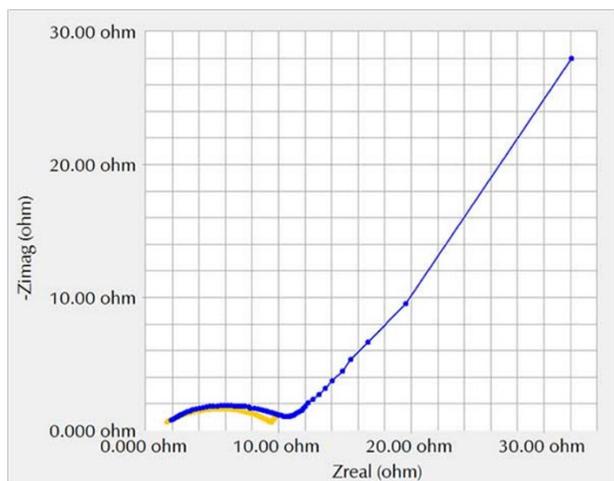


图 6 纽扣电池在不同 AC 振幅下的 Nyquist 图。(●)

●) 4 mA, (●) 40 mA。

橙色代表线性，蓝色代表非线性

与 Bode 图相应，Nyquist 图在低频区也有很大差异。非线性数据的半圆弧更大，低频区扩散部分也延伸的很远。

除了 Bode 图和 Nyquist 图，THD 测试也提供了跟测试信号线性性相关的信息。图 7 展示了针对每个频率自动计算的相应 THD 因子。

类似图 5 所示的 Bode 图，高频区所有振幅的数据都是相似的。相反，低频区有很大差异。20mA 振幅时，THDE 增加，40mA 振幅时 THDE 增加更多，这表明测得的响应信号在低频区非线性性变很强。

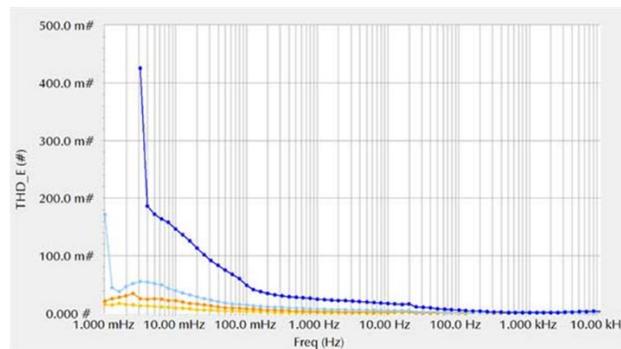


图 7 纽扣电池在不同 AC 扰动幅值时的 THDE 曲线。(●)

●) 4 mA, ●) 10 mA, ●) 20 mA, ●) 40 mA。

橙色表示线性，蓝色表示非线性

只能通过施加较低的扰动幅值信号来实现更宽频率范围内的线性响应信号。如图 7 所示，扰动幅值较小的曲线在较宽频率范围内显示出较小的 THDE 值，从而获得更准确和可再现的阻抗结果。

被用来判断测试信号是否线性的 THD 系数没有设定值。THD 因子好被用作作为系统行为的指标。

总结

高质量的阻抗数据只能通过施加足够小的 AC 扰动振幅来获得线性响应信号，但又要足够大，在整个频率范围内提高信噪比。

我们的实验表明，通过施加不同 AC 扰动振幅信号，测量结果会有变化。特别是对测试体系扰动幅值特别大时，会产生非线性响应，在 Bode 图和 Nyquist 图上有很大差异。与正确的曲线相比，两者都有偏移。扰动幅值越大，在低频区的偏差越大。

因此，总谐波失真是一种有用的测试方法，可提供有关测试信号的定量信息。THD 因子这种额外信息可以帮助评估测试信号的非线性性，这种非线性性终导致不精确，不准确甚至无效的结果。或者信号是线性的，测出的阻抗数据也是有效的。

